Langzeitkorrelationen in Abflusszeitreihen

Peter Braun
Bayerisches Landesamt für Wasserwirtschaft, München

1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit ist eine Zusammenfassung eines Abschlußberichtes, der im Rahmen des Aktionsprogramms KLIWA gemeinsam von dem Ref. 15 des BLfW und dem Inst. für theoretische Physik III der Universität Gießen (Dr. Jan Kantelhardt) erarbeitet wurde.

Im Zusammenhang mit der Frage nach der Evidenz einer Klimaänderung sieht sich die Hydrologie in wachsendem Maße mit der Aufgabe konfrontiert, die Dynamik von Abflusszeitreihen daraufhin zu prüfen, ob im Lauf der letzten Jahrzehnte etwa systematische Verschiebungen hin zu höheren Abflüssen stattgefunden haben und noch stattfinden. Dies ist aber keine triviale Aufgabe, denn die beobachteten hydrologisch relevanten Zeitreihen sind Ergebnisse von Zufallsprozessen, d.h. sie enthalten zufällige Variationen, sie sind also „verrauscht“. Es stellt sich damit die zentrale Frage: Wenn ein „Klima-Signal“ - statistisch betrachtet, eine Instationarität in der Zeitreihe - tatsächlich vorhanden sein sollte, wie kann man dieses Signal aus dem „Rauschen“ herausfiltern?

In der Technik ist man schon seit Jahrzehnten daran gewohnt, „Signale“ von „Rauschanteilen“ mittels geeigneter Filter zu trennen. Leider sind die Probleme, die bei der Analyse von hydrologischen Zeitreihen auftreten, wesentlich komplizierter als in der Technik. Denn im Unterschied zu dortigen Anwendungen, wo das „Signal“ meist bekannt ist, besteht im Falle natürlicher Prozesse zunächst die Aufgabe darin, zu definieren, wonach man eigentlich sucht, d.h. welche zeitliche Variation als „Signal“, als Trend, zu interpretieren ist, ehe man überhaupt an „Filterung“ denken kann.

Ein bisher in der Hydrologie üblicherweise verwendetes Werkzeug bei der Untersuchung von Abflusszeitreihen auf „Klimasignale“ ist die klassische lineare Trendanalyse. Sie wurde in den letzten Jahren häufig für derartige Überprüfungen in Deutschland eingesetzt. In der internationalen Literatur gibt es Hinweise, dass Abflusszeitreihen bezüglich der ihnen inhärenten Zufallsfluktuationen eine ganz spezielle dynamische Struktur aufweisen, die mit dem Selbstähnlichkeitsverhalten der beteiligten zeitlichen und räumlichen (Zufalls-) Prozesse zusammenhängen. Selbstähnlich (selbstaffin) ist ein Prozess dann, wenn er bestimmte statistische Charakteristiken (z.B. die Momente einer Zufallsvariablen oder die zugehörigen Verteilungsfunktionen) auf unterschiedlichen zeitlichen Aggregierungsebenen (Skalen, Auflösungen) bis auf (uninteressante) Skalenfaktoren unverändert lässt.

Man stelle sich z.B. vor, dass man Tageswerte von Abflussdaten dadurch aggregiert (also die *Auflösung* der Daten reduziert), dass man Dekaden-, Monats-, Jahresmittel (oder Mittel auf noch längeren Zeitskalen) bildet. Dann betrachtet man z.B. die Momente dieser unterschiedlich aggregierten (aufgelösten) Zeitskalen. Im Falle selbstähnlicher bzw. selbstaffiner Prozesse (der Unterschied in den gebrauchten Begriffen ist rein technischer Natur und wird hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt) wird man ein charakteristisches *Skalengesetz* finden: Trägt man das betrachtete Moment doppeltlogarithmisch gegen die unterschiedlichen Skalen (Auflösungen) auf, stößt man im Falle selbstaffiner Prozesse auf ein *Potenzgesetz.*

Dieses Potenzgesetz ist für selbstaffine Prozesse charakteristisch. Wenn man von Potenzgesetzen im Skalenverhalten spricht, steht dies synonym für ein *fraktales Skalenverhalten.* Fraktale zeichnen sich anschaulich dadurch aus, dass das „Ganze“ in seinen „Teilen“ wiederkehrt: Die „Teile“ sind dem „Ganzen“ in einem definierten Sinne „ähnlich“. Bei geome trisch darstellbaren fraktalen Mengen ist dies unmittelbar sinnlich nachvollziehbar: Wird eine fraktale Menge „vergrößert“, dann kehren auf diesem veränderten Skalenniveau charakteristische Figuren oder Lagebeziehungen wieder. Im Falle von Zeitreihen ist die Operation der „Vergrößerung“ (oder Verkleinerung) durch die Festlegung der *zeitlichen Aggregierungsvorschrift (Auflösung)* gegeben.

Es sei darauf hingewiesen, dass es vielfältige Möglichkeiten der (zeitlichen) Aggregierung gibt – die hier angesprochene Mittelung ist nur die gängigste. Man kann auch andere Aggregierungen verwenden (wie z.B. den Median eines Zeitintervalls oder den Absolutbetrag einer geeignet definierten Abweichung bzw. die Maxima und Minima eines Intervalls usw.). Es ist wichtig zu betonen, dass die Identifikation selbstaffinen Verhaltens in Messwertsätzen i.allg. nicht das Resultat strenger theoretischer Herleitung ist, sondern empirisch dadurch abgesichert werden muss, dass man die Existenz o.g. Potenzgesetze statistisch signifikant nachweist. Selbstaffine Prozesse sind dann in dem Sinne *skalenfrei* oder *skaleninvariant*, als dass sie die genannten statistischen Charakteristiken *skalenunabhängig* (bis auf unwesentliche Skalenfaktoren) reproduzieren. Praktisch ist der Skalenbereich, für den Skaleninvarianz festgestellt werden kann, natürlich endlich (obwohl theoretisch auch unendliche Skalenbereiche zugelassen sind).

Dieses selbstähnliche (selbstaffine) Verhalten der Zufallsprozesse (der Abflusszeitreihen) induziert nun eine ganz spezifische Korrelationsstruktur der Zeitreihe (bzw. der zugehörigen Zufallsfluktuationen, z.B. der Abweichungen von einem Mittelwert). Man ging bisher üblicherweise von der Vorstellung aus, dass die den Zeitreihen aufgeprägten Zufallsfluktuationen lediglich zeitlich *lokal* korreliert sind (was dem Gedankenmodell der MARKOV – Prozesse entspricht). Unter zeitlich lokal versteht man die Eigenschaft, dass ein Abflussmesswert zu einem beliebigen Zeitpunkt t höchstens von zeitlich unmittelbar benachbarten Werten der Vergangenheit beeinflusst wird. Es erweist sich im Rahmen der hier vorgenommenen Untersuchungen zum Skalenverhalten von Abflussreihen, dass diese Prämisse nicht aufrecht erhalten werden kann.

Vielmehr muss man auf Grund der hier vorgelegten Untersuchungen davon ausgehen, dass die Fluktuationen ein sehr *langes Gedächtnis aufweisen*, d.h., ein Messwert zum Zeitpunkt t wird nicht nur durch die zeitlich unmittelbar voraufgehenden Messwerte beeinflusst, sondern auch durch Messwerte, die bereits lange vor dem herausgegriffenen Zeitpunkt t realisiert wurden. Bekanntlich wird das „Gedächtnis“ von Zeitreihen im statistischen Sinne dadurch definiert, dass die Autokorrelationsfunktion (AKF) mit wachsender Zahl der Zeitverschiebungen τ gegen Null geht. Sei m der Wert von τ, für den die AKF erstmals verschwindet, so sagt man, der Prozess habe ein Gedächtnis der Länge m. Für selbstaffine Prozesse ist es nun charakteristisch, dass auch die AKF dieser Prozesse ein ganz spezielles Skalengesetz (Potenzgesetz) aufweist – und damit die Frage nach dem „Gedächtnis“ eines Prozesses neu formuliert werden muss.

Da bei „Trendanalysen“ die Frage nach den langfristigen zeitlichen Änderungen der Prozessstatistiken (den Momenten) im Mittelpunkt des Interesses stehen, ist unmittelbar einsichtig, dass die empirisch gefundenen Skalengesetze der Momente in diesem Zusammenhang besonders bedeutsam sind. Dies vor allem deshalb, weil die „trendbedingten“ Veränderungen der Zeitreihen u.U. in der gleichen Größenordnung vermutet werden müssen wie die durch Langzeitkorrelationen induzierten Fluktuationen. Durch die Langzeitkorrelation ist es eben (je nach Stärke dieser Korrelation bzw. dem Grad der Selbstähnlichkeit) im Mittel wahrscheinlicher, dass auf einen positiven Zuwachs der Zeitreihe wieder eine (positive) Änderung der Zeitreihe erfolgt: Dies ist genau der Mechanismus, den wir i.a. auch bei einer „trendhaften“ Entwicklung der Zeitreihe erwarten würden (z.B. bei einem linearen Trend).

Ist nun das Gedächtnis m wegen der gefundenen (selbstaffinen) Langzeitkorrelationen sehr lang (theoretisch könnte es auch unendlich lang sein), dann folgt daraus anschaulich, dass dieser Effekt bei der Analyse etwaiger Trends unbedingt beachtet werden muss. Wie dies im Einzelnen zu geschehen hat, ist eine sehr schwierige Frage und gegenwärtig Gegenstand intensiver Forschungstätigkeit. Der vom Ref. 15 des BLfW und dem Institut für Theoretische Physik III der Universität Gießen vorgelegte Abschlußbericht zu den KLIWA – Aktivitäten A 2.1.7 und A 2.1.8 ist der Versuch, die bisher erzielten Untersuchungsergebnisse zu selbstaffinem Verhalten von Abflusszeitreihen zu systematisieren und so aufzubereiten, dass die künftig geplanten Aktivitäten zur Trendextraktion und zur Analyse des Extremwertverhaltens darauf aufbauen können.

2. Datengrundlagen

Bei der Datenauswahl wurde darauf geachtet, dass möglichst lange Reihen zur Verfügung standen. Aus Bayern wurden insgesamt 38 Pegel, aus Baden – Württemberg 29 Pegel ausgewählt. Das entspricht einer statistischen Basis von 4448 Pegeljahren, wobei die mittlere Länge der Reihen in BW 69 und in BY 64 Jahre umfasst. Von diesen Gesamtdaten wurden aber im Zuge der Auswertung 6 Pegel ausgeschieden, weil sie den Datenanforderungen nicht genügten.

3. Methodische Grundlagen

3.1 Bestimmung der Skalenexponenten mittels Spektralanalyse

Die besprochenen Skalengesetze selbstaffiner Zeitreihen werden im *monoaffinen Fall* durch wenige Parameter festgelegt. Der wichtigste Parameter ist dabei der *HURST – Koeffizient H*. Für stationäre Reihen liegt dieser Koeffizient in dem Intervall $0 < H < 1$, wobei es einige wichtige Fallunterscheidungen gibt, die im Bericht näher erläutert werden. Der wichtigste Fall liegt dann vor, wenn $H > 0{,}5$ ist: Wir sprechen dann von einem *persistenten, selbstaffinen Zufallsprozess*. In dem Begriff „persistent“ kommt die grundlegende Eigenschaft der bereits besprochenen Langzeitkorrelation zum Ausdruck. Für einen unkorrelierter Zufallsprozess (das Idealmodell des "random walk") nimmt H den Wert $H = 0{,}5$ an. Hervorzuheben ist weiterhin, dass der HURST – Koeffizient H in einer einfachen algebraischen Beziehung zu einem Skalenkoeffizienten (Potenzexponenten) γ steht, der das Skalenverhalten der AKF (und damit die Langzeitkorrelation des Prozesses) festlegt.

Es gibt mehrere Methoden, um den grundlegenden Skalenparameter H auf statistischem Wege zu bestimmen. Eine der ältesten Methoden beruht darauf, dass man die Eigenschaft selbstaffiner Prozesse ausnutzt, einen ganz spezifischen Verlauf des Varianzspektrums zu erzeugen. Sofern die Spektraldichte – doppeltlogarithmisch über der Frequenz aufgetragen – eine Gerade ausbildet, kann der HURST – Koeffizient aus dem Anstieg dieser Geraden durch lineare Regression ermittelt werden. Im Bericht wird diese Bestimmungsmethode detailliert behandelt, wobei auch auf bestimmte Nachteile dieser Methode hingewiesen wird (vergl. Abb.1)

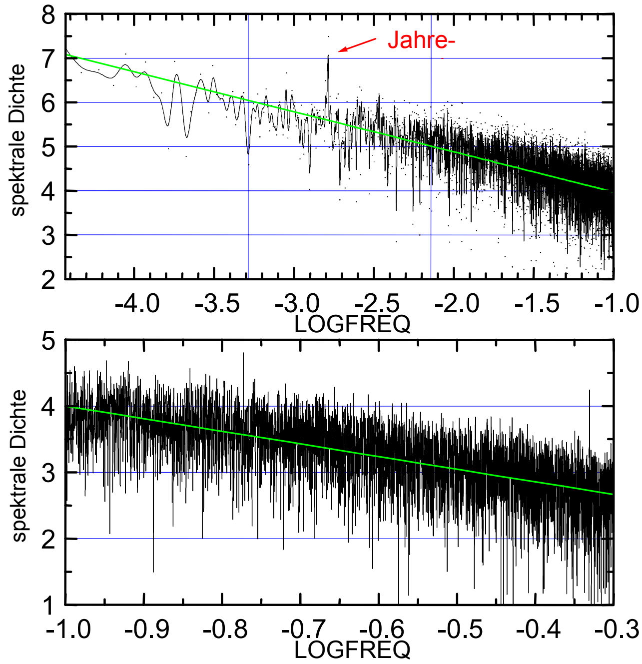

Abb.1: Spektrum der Abflusszeitreihe des Pegels Ingolstadt/Donau

Die Abb. 1 zeigt den typischen Verlauf eines selbstähnlichen Spektrums (Pegel Ingolstadt, Donau, doppeltlogarithmischer Auftrag der Spektraldichte S gegen die Frequenz f). Dargestellt sind im oberen Teil der *langreichweitige Bereich*, der die Langzeitkorrelationen erzeugt (im Beispiel bis zu einer Zeitskala von einigen Dekaden). Im unteren Bereich wird der *kurzreichweitige Bereich* dargestellt, der einen Skalenbereich von wenigen Monaten umfasst. Beide Skalen - Bereiche unterscheiden sich sehr deutlich durch den Anstieg und damit durch die Größe des HURST - Exponenten des selbstähnlichen Skalengesetzes. Man beachte den *Jahrespeak*, der in der oberen Grafik deutlich aus dem selbstähnlichen Potenzgesetz herausfällt: Die Jahresdynamik des Durchflusses ist demnach *nicht selbstähnlich*. Vielmehr stellt sie eine *skalenbrechende Instationarität* dar.

3.2 DFA – Detrended Fluctuation Analysis

Die DFA ist eine neue Methode zur Bestimmung von H. Sie vermeidet den Nachteil der Spektralmethode, die dann verzerrte Schätzungen von H liefert, wenn signifikante Instationaritäten in den Daten enthalten sind (vergl. z.B. Abb.1). Der Hauptvorteil liegt aber darin, dass diese Methode auch auf *multiaffine Prozesse* anwendbar ist. Unter einem multiaffinen Prozess (dessen mathematische Struktur kompliziert ist) versteht man einen Prozess, dessen Skalenparameter H nicht mehr konstant ist (wie im einfachen monoaffinen Fall, dem sog. „simple scaling“). Insbesondere zeichnet sich eine multiaffine Reihe durch eine wesentlich komplexere Struktur des Skalenverhaltens aus. Zwar gilt für jedes Moment der zu Grunde liegenden Verteilung nach wie vor ein Potenzgesetz (also das Gesetz der Selbstähnlichkeit), allerdings entartet der wichtige Skalenparameter H zu einer nichtlinearen Skalenfunktion H(q) (mit q = Ordnung des betrachteten Momentes). Grob gesprochen hängt das Skalenverhalten nunmehr explizit von der Größe des Abflusswertes ab: „kleine“ Abflusswerte führen auf ein anderes Skalengesetz als „große“.

Es ist klar, dass der besondere Charme der Einfachheit monoaffiner Skalengesetze hierdurch verloren geht. Die DFA – Methode liefert aber bei vertretbarem Aufwand eine konsistente Schätzung der Skalenfunktion H(q), was im Bericht ausführlicher dargestellt wird.

4. Ergebnisse

Die wesentlichen Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die untersuchten Zeitreihen aus beiden Ländern zeigen ein ausgeprägt selbstaffines Verhalten, was zur Ausprägung eines Langzeitgedächtnisses (Langzeitkorrelation) führt. Die Struktur des Skalenverhaltens ist schwach *multiskalig (multiaffin).*
- Der mit verschiedenen Methoden abgeleitete HURST – Koeffizient H für das zweite Moment (H(2)) liegt im Mittel bei H = 0,83, was etwas niedriger ist als entsprechende Literaturwerte (H $\approx$ 0,85). Es konnte gezeigt werden, dass diese (marginale) Differenz methodisch bedingt ist, da früher so leistungsfähige Methoden wie die DFA noch nicht zur Verfügung standen (die bei den vorliegenden Analysen aber eingesetzt wurde).
- Die räumliche Ausprägung des Skalenverhaltens in beiden Ländern ist dadurch gekennzeichnet, dass in praktisch allen Gebieten ein ausgeprägt selbstaffines Verhalten diagnostiziert werden konnte, wobei allerdings eine beträchtliche Streuung der (verallgemeinerten) HURST – Koeffizienten festzustellen ist. Im Bericht wird gezeigt, welche Ursachen für diese Streuung in Betracht kommen könnten. Insbesondere erwies sich, dass bei „kleinen“ Gebieten (das sind im Sinne dieser Definition Gebiete mit < 2.000 km²) diese Streuung besonders stark ausgeprägt ist. Der Grund scheint eine Überlagerung verschiedener (lokal generierter) Zufallsprozesse zu sein, die bei kleinen Gebieten die Dynamik der Langzeitkorrelation stark modifizieren. Die Koeffizienten genügen einer Normalverteilung, was den behaupteten Zufallscharakter der Störung belegt.
- Für „große“ Gebiete (>2.000 km²) wurden hingegen praktisch nahezu gleiche HURST – Koeffizienten gefunden. Da in diese Analyse auch „große“ Gebiete außerhalb der beiden Länder einbezogen wurden (Rhein bei Köln, Elbe bei Neudarchau) und die Donau bei Hofkirchen, sind fast alle bedeutenden Ströme Deutschlands vertreten. Die abgeleiteten Aussagen dürften insoweit repräsentativ für „große“ Flussgebiete sein.
- Die untersuchten Zeitreihen weisen alle ein deutliches *crossover – Verhalten* im Kurzzeitbereich auf: Die Dynamik ist ein Kompositum mindestens zweier Dynamikbereiche (Frequenzbereiche): Der niederfrequente (langperiodische) Teil mit Periodenlängen größer als $\approx$ 100 Tage, und der höherfrequente Teil mit Periodenlängen unter 100 Tagen (vergl. Abb.1). Der langperiodische Teil erweist sich bis hin zu den längsten noch statistisch zuverlässig zu untersuchenden Perioden (bis zu $\approx$ 30 Jahren) als die Realisierung eines *stationären* und *persistenten selbstaffinen Prozesses.* D.h., auf der Basis der hier vorgenommenen Analyse sind keine Anhaltspunkte für eine drastische systematische (instationäre) Änderung des statistischen Bedingungskomplexes zu finden (in diesem Falle wäre mit einem H > 1 zu rechnen).

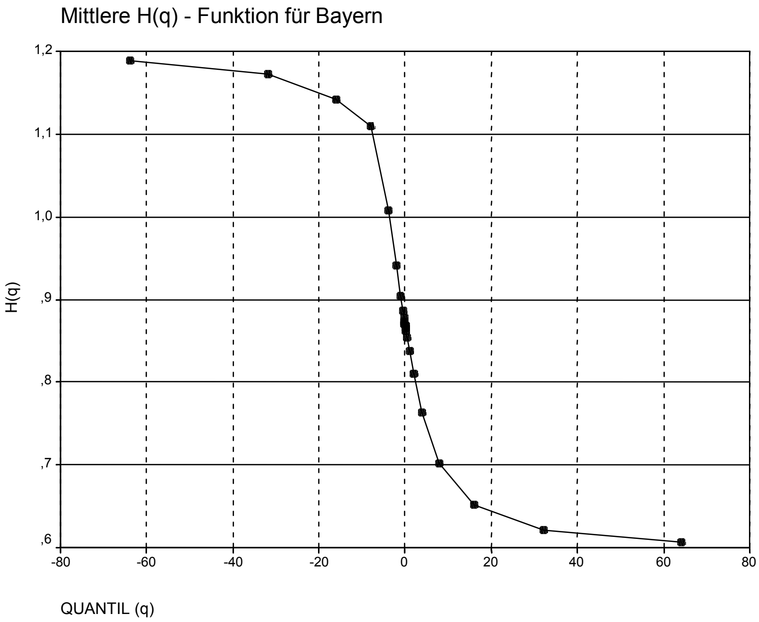

Abb.2: Mittlere H(q) - Funktion für Bayern. Man beachte den deutlichen (multiaffinen) Verlauf der Kurve (ein monoaffiner Verlauf wäre eine Gerade parallel zur q - Achse). Die sehr großen q - Werte (Momente) sind numerisch sicher nicht mehr zuverlässig, sind aber zur Verdeutlichung des nichtlinearen Verlaufes von H(q) mit dargestellt.

5. Ausblick

Die in dem Abschlußbericht niedergelegten Ergebnisse zur selbstaffinen Struktur von Abflusszeitreihen enthüllen eine komplexe dynamische Struktur der untersuchten Reihen. Es ist evident, dass der Nachweis von Langzeitkorrelationen für die in KLIWA beabsichtigten Trendanalysen von ganz grundsätzlicher Bedeutung ist. Es muss darauf hingewiesen werden, dass – auch in der internationalen Literatur – dieser spezielle Problemkreis als nicht gelöst betrachtet werden muss. Insoweit bewegen sich die mit den Kooperationspartnern in KLIWA vereinbarten Untersuchungen zur Trendextraktion in multiaffinen Zeitreihen im Bereich der Grundlagenforschung.

Ein weiteres breites Anwendungsfeld von simulierten Zeitreihen vorgegebener „fraktaler Signatur“ wird sich bei der Analyse von Extremereignissen (sog. Singularitäten) dieser Reihen ergeben. Dies betrifft insbesondere die Eintrittswahrscheinlichkeit sehr seltener Ereignisse, die bei multifraktalen Prozessen wegen der z.T. krassen Asymmetrie der Verteilungen wahrscheinlich anders zu beurteilen sein werden, als dies mit den „klassischen“ Verteilungen z.Zt. geschieht.

Bis dahin ist noch ein langer Weg zurückzulegen. Es sind noch eine Fülle praktischer und theoretischer Probleme zu bewältigen, bevor die im Rahmen von KLIWA aufgeworfenen Fragen gelöst werden können. Es wird deshalb angestrebt, beim BMBF einen Forschungsantrag einzureichen, um die notwendigen Grundlagenarbeiten leisten zu können.

Als Partner dieses Verbundantrages konnten bisher die Universitäten Gießen und Bayreuth sowie das PIK (Potsdam Institut für Klimafolgeforschung) und die Universität Tel Aviv gewonnen werden.

Bei den bisherigen Untersuchungen blieb die (für die Bewertung etwaiger Klimaänderungen wichtige) Frage offen, woher die beobachtete Langzeitkorrelation in den Abflusszeitreihen stammt. Dies wird ein wichtiges Thema für die angesprochenen weiteren Forschungsaktivitäten sein.